

Vorkurs Informatik WS 2021/2022

Interaktive Onlineübung 8

Aufgabe:

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass die Anzahl aller Anordnungen der natürlichen Zahlen $1, \dots, n$ gleich $f(n)$ ist, wobei $f(n) = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n, n > 0$.

Beispiel: Für die Zahlen 1, 2, 3 gibt es folgende $f(3) = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ Anordnungen:

1,2,3 2,1,3 1,3,2 2,3,1 3,1,2 3,2,1

Hinweis 1: Ein Beweis mit vollständiger Induktion einer Aussage $A(n)$ für $n > 0$ besteht aus zwei Teilen:

- 1) Induktionsanfang: Zu beweisen ist: Die Aussage $A(n)$ ist für $n=1$ richtig.
- 2) Induktionsschritt: Zu beweisen ist: Wenn die Aussagen $A(n-1), A(n-2), \dots, A(1)$ richtig sind, dann ist auch die Aussage $A(n)$ richtig.

Hinweis 2: Für den Beweis kann verwendet werden, dass die Anzahl der Anordnung von n Zahlen gleich n Mal die Anzahl der Anordnungen von $n-1$ Zahlen ist, d.h. $f(n) = n \cdot f(n-1)$ für $n > 1$ gilt.

Lösung:

- 1) Induktionsanfang:

- 2) Induktionsschritt:

Aufgabe:

Beweisen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass die Summe der ersten n ungeraden natürlichen Zahlen, also der Zahlen 1 bis $2n-1$, gleich n^2 ist, also dass gilt:

$$\sum_{i=1}^n (2i-1) = 1 + 3 + \dots + 2n-1 = n^2$$

Lösung: